

Fortgeschrittenenpraktikum

Paritätsverletzung

Gruppe 10

Matthias Ernst, Juliane Raasch

Betreuer: Karl-Heinz Hoffmann

13.12.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	2
1.1	Parität	2
1.2	Polarisation	2
1.3	Prinzip der Messung	3
2	Versuchsaufbau	4
3	Versuchsdurchführung	4
4	Versuchsauswertung	6
4.1	Auswertung mittels Summenmethode	6
4.2	Auswertung der Wertepaare und Mittelwertbildung	8
4.3	Diskussion der Ergebnisse	8

Versuchsziel

In diesem Versuch soll die Paritätserhaltung beim β^- -Zerfall untersucht und ggf. deren Verletzung nachgewiesen werden. Dazu wird die Helizität als Pseudoskalar verwendet, die auf die zirkulare Polarisation von Bremsstrahlung der emittierten Elektronen übertragen wird.

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Parität

Der Paritätsoperator P invertiert die räumlichen Koordinaten eines quantenmechanischen Systems:

$$P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \quad (1)$$

Anschaulich entspricht diese Operation der räumlichen Spiegelung und einer Drehung um 180° . Offensichtlich ist $P^2 = 1$, also $P = P^{-1}$. Angewendet auf einen beliebigen Zustand $|a\rangle$ erfüllt die Parität also die Eigenwertgleichung

$$P|a\rangle = \pi_a|a\rangle \quad (2)$$

Die möglichen Eigenwerte sind $+1$ (gerade Parität/symmetrischer Zustand) und -1 (ungerade Parität/antisymmetrischer Zustand). Betrachtet man die Transformation des Erwartungswertes $\langle\Lambda\rangle = \langle\Psi(\vec{r})|\Lambda|\Psi(\vec{r})\rangle$ unter Anwendung des Paritätsoperators, $\langle P\Lambda P^{-1}\rangle$, so gilt

$$\langle P\Lambda P^{-1}\rangle = \langle\Psi(\vec{r})|P\Lambda P|\Psi(\vec{r})\rangle = \langle\Psi(\vec{r})|P\Lambda|\Psi(-\vec{r})\rangle = \pi_\Lambda \langle\Psi(\vec{r})|P|\Psi(-\vec{r})\rangle = \pi_\Lambda \langle\Lambda\rangle \quad (3)$$

Ein Operator kann also invariant unter Paritätstransformation sein (dann ist $\pi_\lambda = 1$) oder unter dieser sein Vorzeichen ändern. Beispielsweise transformieren sich der Ortsoperator \vec{R} , der Impulsoperator \vec{P} , der Spinoperator \vec{S} und der Drehimpulsoperator \vec{L} wie folgt:

$$\begin{aligned} \langle P\vec{R}P^{-1}\rangle &= -\langle\vec{R}\rangle, & \langle P\vec{P}P^{-1}\rangle &= -\langle\vec{P}\rangle \\ \langle P\vec{S}P^{-1}\rangle &= +\langle\vec{S}\rangle, & \langle P\vec{L}P^{-1}\rangle &= +\langle\vec{L}\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

Obwohl dies also alles vektorielle Größen sind, transformieren sie unterschiedlich: Ort und Impuls kehren ihr Vorzeichen um, transformieren also wie man es von gewöhnlichen Vektoren erwarten würde (dies bezeichnet man als polare Vektoren). Spin und Drehimpuls behalten ihr Vorzeichen hingegen bei, sie transformieren also wie Pseudovektoren (auch als axiale Vektoren bezeichnet).

Bildet man das Skalarprodukt aus zwei Vektoren, so kann auch dieses unter Anwendung der Paritätstransformation sein Vorzeichen beibehalten oder ändern (dann als Pseudoskalar bezeichnet). Durch Messung eines Pseudoskalars kann also überprüft werden, ob Paritätserhaltung vorliegt, denn bei einer Invarianz, also Erhaltung einer Größe, darf sich deren Erwartungswert unter einer bestimmten Transformation, hier der Parität, nicht ändern. Wenn also von Paritätserhaltung ausgegangen wird, müssen Pseudoskalare den Wert 0 haben, denn nur so lässt sich deren Vorzeichenwechsel unter der Paritätstransformation vermeiden.

Im Versuch wird anhand des Pseudoskalars Helizität überprüft, ob der β -Zerfall paritätsinvariant ist. Die Helizität ist das Skalarprodukt aus Spin und Impuls der emittierten Teilchen:

$$H = \frac{\vec{S} \cdot \vec{P}}{|\vec{S}||\vec{P}|} \quad (5)$$

Mit Gleichung 4 sieht man, dass die Helizität bei Paritätserhaltung gleich 0 sein muss. Bei Verletzung der Parität hat diese einen endlichen Wert.

1.2 Polarisation

Die Polarisation eines Teilchens bezüglich einer ausgezeichneten Achse (diese sei o.B.d.A die z -Achse) ist das Verhältnis des Erwartungswerts des Spins bezüglich dieser Achse und dem Betrag des Gesamtspins:

$$P = \frac{\langle\vec{S}_z\rangle}{S} \quad (6)$$

Für Elektronen mit $S = 1/2$ kann die Wellenfunktion als Überlagerung der beiden Basiszustände $|+\rangle$, also Spin parallel zur ausgezeichneten Achse, und $|-\rangle$, Spin antiparallel, dargestellt werden:

$$|\Psi\rangle = a_+ |+\rangle + a_- |-\rangle, \quad a_+^2 + a_-^2 = 1 \quad (7)$$

Die Polarisation eines Elektrons ist dann $P = a_+^2 - a_-^2$, kann also Werte zwischen -1 (antiparallel zur ausgezeichneten Achse) und $+1$ (parallel zu dieser Achse) annehmen. Liegen andere Werte als diese Extrema vor, so lässt sich eine andere Achse finden, entlang derer das Teilchen polarisiert ist.

Für eine Gesamtheit von Teilchen muss über die Wahrscheinlichkeiten für das Vorliegen reiner Zustände, also alle Teilchen im selben Zustand, gemittelt werden. Drückt man diese Wahrscheinlichkeiten durch die Anzahlen der Teilchen in den reinen Zuständen N_+ und N_- aus, so gilt für die Polarisation:

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (8)$$

Für ein γ -Quant würde man aufgrund dessen Spins von 1 drei mögliche Ausrichtungen bezüglich einer Achse erwarten. Da Photonen jedoch eine verschwindende Ruhemasse haben und sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, gibt es nach relativistischer Betrachtung tatsächlich nur zwei Möglichkeiten, parallel oder antiparallel zur Ausbreitungsrichtung. Man spricht von rechts- oder linkszirkularer Polarisation, wobei der Spin parallel zur Impulsrichtung (rechtszirkular) bzw. antiparallel (linkszirkular) ausgerichtet ist. Ein einzelnes Photon ist also immer vollständig zirkular polarisiert, für die Polarisation einer Gesamtheit von Photonen gilt aber wieder

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (9)$$

N_+ ist die Anzahl an Quanten mit rechtszirkularer Polarisation, N_- die mit linkszirkularer. Im Fall $P_C = 1$ sind also alle Quanten rechtszirkular polarisiert.

1.3 Prinzip der Messung

Im Rahmen des Versuchs wollen wir die Helizität, also die longitudinale Polarisation der beim Zerfall einer $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ -Probe emittierten Elektronen messen. Dies ist direkt nicht möglich, daher wird die Polarisation der Bremsstrahlung gemessen, die beim Auftreffen der Elektronen auf eine Bleischicht emittiert wird. Wenn die emittierten β -Teilchen longitudinal polarisiert sind, dann weist die Bremsstrahlung zirkulare Polisation auf. Die Polarisation der Elektronen wird dabei nur teilweise, schwach abhängig von deren Energie, aber stark abhängig von der Energie der Photonen, auf diese übertragen. Der Übertrag kann aus Schaubildern in der Versuchsanleitung entnommen werden.

Die Polarisation der Bremsstrahlung ihrerseits wird durch Comptonstreuung an polarisierten Elektronen bestimmt, weil der Wirkungsquerschnitt vom Spin der streuenden Elektronen abhängig ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2 k^2}{2k_0^2} (\Phi_0 + f P_C \Phi_C) \quad (10)$$

Dabei ist r_0 der klassische Elektronenradius, k_0 der Impuls des einfallenden, k der des gestreuten Photons, f der Polarisationsgrad der Elektronen (im Versuch mit magnetisiertem Eisen ist $f = 2/26$). Φ_0 ist vom Streuwinkel abhängig, Φ_C zuletzt vom Spin der Elektronen. Dieser Term ändert das Vorzeichen bei Umklappen des Elektronenspins, im Versuch durch Umpolen des Magnetfelds hervorgerufen. Mit den Zählraten N_+ der gestreuten Photonen bei ungefähr paralleler bzw. N_- bei ungefähr antiparalleler Ausrichtung des Elektronenspins zur Einfallrichtung des Quants kann dann die Asymmetrie E bestimmt werden gemäß

$$E = \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+} = f \cdot P_C \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} \quad (11)$$

Sowohl die Polarisierung der Elektronen f als auch die zirkulare Polarisierung P_C der Photonen müssen endliche Werte aufweisen, damit eine Asymmetrie auftritt.

Das Verhältnis $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}$ nimmt hierbei mit der Energie der Photonen zu und hängt von der Versuchsanordnung ab. Daher werden nur Photonen mit einer Energie über 1 MeV betrachtet und die Geometrie so gewählt, dass das Verhältnis $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}$ seinen größten Wert annimmt. Dieser ist bei $\theta = 60^\circ$ etwa $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} = 0,52 \pm 0,05$. Wenn eine Asymmetrie gemessen werden kann, waren die Bremsquanten zirkular polarisiert, die ursprünglich emittierten β -Teilchen also longitudinal polarisiert. Da die Helizität somit einen endlichen Wert aufweist, muss die Parität verletzt sein.

2 Versuchsaufbau

Wie man der Abbildung 1 entnehmen kann, sendet ein radioaktives Präparat β -Strahlung aus, die dann direkt von einer Bleiplatte absorbiert wird. Dabei entsteht Bremsstrahlung. Als Quelle der β -Strahlung dient $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$.

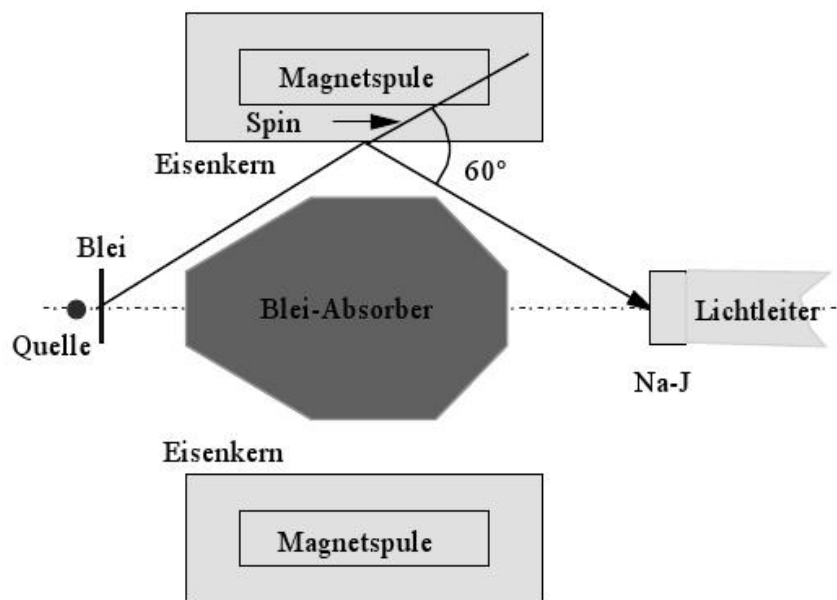


Abbildung 1 – Quelle: „Blaues Buch“ S. 221

Weiterhin befindet sich im Strahlengang ein Bleiabsorber, der verhindern soll, dass ungestreute Photonen direkt auf den Detektor treffen, und eine zylinderförmige Spule mit einem Eisenkern. Die Photonen der Bremsstrahlung werden an den Elektronen des Eisenkerns gestreut (Comptoneffekt) und treffen schließlich auf den Detektor. Bei diesem handelt es sich um einen NaI-Szintillator. Die Photomultiplier liegen ein Stück entfernt vom eigentlichen Detektor, um sie nicht dem Einfluss des Magnetfeldes auszusetzen. Deswegen werden auch noch Lichtleiter benötigt, die Detektorkristall und Photomultiplier verbinden.

3 Versuchsdurchführung

Mithilfe von ^{22}Na -Quellen wurde die Trigger-Schwelle des Detektors eingestellt. Die Vorgabe war, dass vom Detektor nur Photonen mit einer Energie von mindestens 1 MeV vor der Compton-Streuung gezählt werden sollten. Bei der vorliegenden Versuchsgometrie wurden weiterhin nur Photonen, die

unter einem Winkel von 60° an den Elektronen des Eisenkerns streuten, detektiert. Für die Energie der gestreuten Photonen E' gilt:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (12)$$

Dabei ist E die Energie der einfallenden Photonen und E_0 die Energie der Elektronen vor dem Stoß - diese werden hier als ruhend angesehen, also $E_0 = 511\text{keV}$. $\theta = 60^\circ$ ist der Streuwinkel der Comptonstreuung. Es ist in Zahlenwerten:

$$E' = \frac{1000\text{keV}}{1 + \frac{1000\text{keV}}{511\text{keV}} \cdot (1 - \cos 60^\circ)} = 505,44\text{keV} \quad (13)$$

Somit sollten vom Detektor also nur Photonen mit einer Energie von $E' \gtrsim 500\text{keV}$ gemessen werden. Da beim Zerfall von ^{22}Na zu 90% Positronen ausgesandt werden und diese mit Elektronen in Photonen der Energie $m_0c^2 = 511\text{keV}$ zerstrahlen, tritt im Spektrum von ^{22}Na ein deutlicher Peak bei dieser Energie auf. Dieser diente hier zum Einstellen der Trigger-Schwelle.

Anschließend wurden wie in der Versuchsbeschreibung vorgeschrieben abwechselnd Messungen bei entgegengesetzter Polung des Magnetfelds und einer Dauer von jeweils $t = 30\text{s}$ durchgeführt. Jedoch schwankten die gemessenen Werte für die beiden Zählraten bei beiden Magnetfeldpolungen um mehrere tausend Ereignisse. Deswegen wurde die Messung nach etwa zehn Messpaaren abgebrochen. Die zweite Messreihe brachen wir ebenfalls nach etwa 15 Wertepaaren ab, da nun regelrecht oszillierende Schwankungen im Bereich von 2000 Ereignissen auftraten. Anschließend öffneten wir gemeinsam mit dem Betreuer den Verstärker, säuberten diesen und konnten schließlich eine dritte Messreihe aufnehmen, die endlich akzeptable Ergebnisse lieferte. Die genauen Messwerte können dem Versuchsprotokoll im Anhang und Abbildung 2 entnommen werden. Die Wertepaare 29 bis 58 wurden schließlich zur Auswertung verwendet. Die Unterscheidung, welche Magnetfeldpolung der Zählrate N_+ und welche N_- entspricht, ist hierbei letztlich willkürlich. Wir haben die Zuordnung so gewählt, dass sich bei der Summenmethode eine positive Asymmetrie ergab.

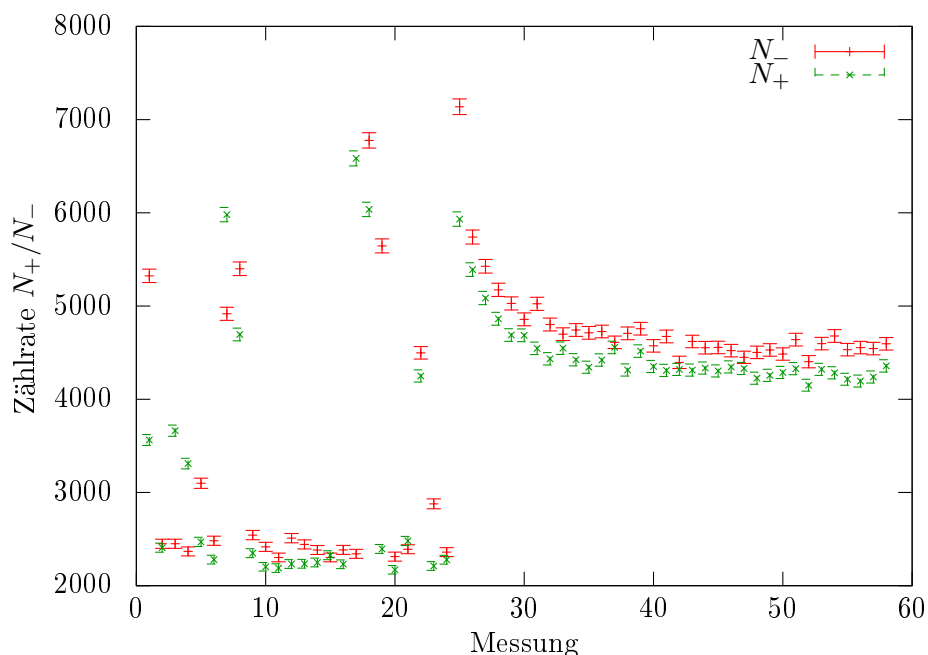


Abbildung 2 – aufgenommene Wertepaare für N_+ und N_-

Zuletzt bestimmten wir noch in fünf Messungen zu jeweils $t = 30s$ die Untergrundrate. Dazu wurde das Magnetfeld ausgeschaltet und die Quelle der β^- -Strahlung, deren Paritätsverletzung nachgewiesen werden sollte, aus der Versuchsanordnung entfernt.

4 Versuchsauswertung

Es werden zwei Methoden zur Auswertung angewendet:

- **Summenmethode:**
Die Zählraten für N_+ und N_- werden jeweils aufsummiert. Dann wird die Asymmetrie der Summen berechnet.
- **Mittelwertmethode:**
Zu jedem einzelnen Wertepaar wird die Asymmetrie berechnet. Anschließend bilden wir den Mittelwert.

Bevor die Zählraten zur Auswertung verwendet werden konnten, mussten sie jedoch vom Untergrund bereinigt werden. Dazu wurde aus den gemessenen Untergrundraten der Mittelwert gebildet. Der statistische Fehler der so gemittelten Untergrundrate berechnet sich ebenfalls aus dem Mittelwert der statistischen Fehler der einzelnen Untergrundzählraten. Wir wissen weiterhin, dass der statistische Fehler einer Zählrate gleich der Wurzel aus der Zählrate ist. Dies folgt aus der Poissonverteilung. Es ist:

$$N_U = 283,6 \pm 16,8 \quad (14)$$

4.1 Auswertung mittels Summenmethode

Es wurden die Summen der Zählraten für die beiden Magnetfeldpolungen ermittelt. Der Fehler der Summen ergibt sich aus der Wurzel der Summen. Somit werden die Summen der Zählraten selbst als Zählraten betrachtet.

$$N_-^{(S)} = 130564 \pm 361 \quad (15)$$

$$N_+^{(S)} = 122445 \pm 350 \quad (16)$$

Mit der Formel 11 aus der Vorbereitung kann nun aus den Zählraten die Asymmetrie E berechnet werden. Weiterhin ergibt sich der Fehler mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu:

$$\sigma_{E^{(S)}} = \sqrt{\left(\frac{2N_+^{(S)}}{(N_-^{(S)} + N_+^{(S)})^2} \cdot \sigma_{N_-^{(S)}}\right)^2 + \left(-\frac{2N_-^{(S)}}{(N_-^{(S)} + N_+^{(S)})^2} \cdot \sigma_{N_+^{(S)}}\right)^2} \quad (17)$$

Wir erhalten

$$E^{(S)} = 0,0321 \pm 0,0020 \quad (18)$$

Zur Berechnung der zirkularen Polarisation der Bremsquanten verwenden wir wieder Formel 11 und stellen um:

$$P_C^{(S)} = \frac{E^{(S)}}{f \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} \quad (19)$$

Wir wissen, dass für Eisen $f = 2/26$ beträgt. Weiterhin können wir der Vorbereitungshilfe entnehmen, dass $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} = 0,52 \pm 0,05$ ist. Der statistische Fehler der Polarisation hängt nur vom statistischen Fehler der Asymmetrie ab, da dies die einzige mit einem statistischen Fehler behaftete Größe ist, die in P_C eingeht.

$$\sigma_{P_C^{(S)}} = \sqrt{\left(\frac{1}{f \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} \cdot \sigma_{E^{(S)}}\right)^2} \quad (20)$$

Der systematische Fehler von $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}$ wird mittels Größtfehlerabschätzung fortgepflanzt:

$$\delta_{P_C^{(S)}} = \left| \frac{E^{(S)}}{f \cdot \left(\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}\right)^2} \cdot \delta_{\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} \right| \quad (21)$$

Insgesamt ergibt sich:

$$P_C^{(S)} = 0,802 \pm 0,050 \pm 0,077 \quad (22)$$

Zur Bestimmung der Helizität H müssen wir mithilfe des „blauen Buches“ den Helizitätsübertrag L abschätzen. Der Helizitätsübertrag ist hier in Abhängigkeit der Photonenenergie in Einheiten der kinetischen Energie, die beim β^- -Zerfall auf das Elektron übertragen wird, angegeben. Wir müssen also das Verhältnis $\frac{E_\gamma}{E_{kin}}$ abschätzen, um den Helizitätsübertrag ablesen zu können. Es ist klar, dass das Photon nicht mehr als die komplette kinetische Energie des Elektrons tragen kann. Desweiteren werden vom Detektor nur Photonen mit einer Energie ab 1MeV registriert. Für die maximale dem Elektron übertragene kinetische Energie beim Zerfall von ^{90}Y gilt $E_{max,kin} = 2,27\text{MeV} - m_e c^2 = 1,759\text{MeV}$. Also ist:

$$\frac{1\text{MeV}}{1,759\text{MeV}} \approx 0,57 \leq \frac{E_\gamma}{E_{kin}} \leq 1 \quad (23)$$

Wir wählen den Mittelwert der Abschätzung ($\frac{E_\gamma}{E_{kin}} \approx 0,79$) und erhalten $L = 0,77$. Wir nehmen weiterhin an, dass uns dabei ein Fehler von $\delta_L = 0,1$ unterlaufen sein könnte. Es ist also:

$$L = 0,77 \pm 0,1 \quad (24)$$

Für die Helizität gilt nun:

$$H^{(S)} = \frac{P_C^{(S)}}{L} \quad (25)$$

In den statistischen Fehler auf H geht der statistische Fehler der zirkularen Polarisation P_C ein, während der systematische Fehler durch Größtfehlerabschätzung aus den systematischen Fehlern von P_C und L gewonnen wird.

$$\sigma_{H^{(S)}} = \sqrt{\left(\frac{1}{L} \cdot \sigma_{P_C^{(S)}}\right)^2} \quad (26)$$

$$\delta_{H^{(S)}} = \left| \frac{1}{L} \cdot \delta_{P_C^{(S)}} \right| + \left| -\frac{P_C^{(S)}}{L^2} \cdot \delta_L \right| \quad (27)$$

Nach Berechnung ergibt sich:

$$H^{(S)} = 1,042 \pm 0,064 \pm 0,235 \quad (28)$$

4.2 Auswertung der Wertepaare und Mittelwertbildung

Bei diesem Auswertungsverfahren wird zu jedem Wertepaar eine Asymmetrie E_i sowie jeweils der statistische Fehler σ_{E_i} berechnet. Dabei gilt für die einzelnen Fehler wie schon bei der vorherigen Methode:

$$\sigma_{E_i} = \sqrt{\left(\frac{2N_{i+}}{(N_{i-} + N_{i+})^2} \cdot \sigma_{N_{i-}}\right)^2 + \left(-\frac{2N_{i-}}{(N_{i-} + N_{i+})^2} \cdot \sigma_{N_{i+}}\right)^2} \quad (29)$$

Die Asymmetrie mit Mittelwertmethode $E^{(MW)}$ wird dann aus dem Mittelwert der einzelnen E_i berechnet und für den statistischen Fehler gilt

$$\sigma_{E^{(MW)}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i \sigma_{E_i}^2} \quad (30)$$

Wir erhalten mit dieser Methode für die Asymmetrie:

$$E^{(MW)} = 0,0320 \pm 0,0026 \quad (31)$$

Anschließend werden die zirkulare Polarisation und die Helizität so wie zuvor berechnet.

$$P_C^{(MW)} = 0,801 \pm 0,064 \pm 0,077 \quad (32)$$

$$H^{(MW)} = 1,040 \pm 0,083 \pm 0,235 \quad (33)$$

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Bei beiden Methoden erhalten wir für die Helizität H einen endlichen, von Null verschiedenen Zahlenwert. Damit können wir die Verletzung der Parität beim β^- -Zerfall als erwiesen betrachten.

Weiterhin stellen wir fest, dass die Ergebnisse, die wir mit den beiden Auswertungsmethoden erhalten, sehr gut übereinstimmen. Es wurde jeweils im Ergebnis eine Kommastelle mehr als die relevante Stelle angegeben, um dies zu verdeutlichen. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Ergebnisse im Folgenden noch einmal zusammengefasst dargestellt:

	E	P_C	H
Summenmethode	$0,0321 \pm 0,0020$	$0,802 \pm 0,050 \pm 0,077$	$1,042 \pm 0,064 \pm 0,235$
Mittelwertmethode	$0,0320 \pm 0,0026$	$0,801 \pm 0,064 \pm 0,077$	$1,040 \pm 0,083 \pm 0,235$

Tabelle 1 – Zusammenfassende Darstellung aller Ergebnisse